

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

**Evaluación Integradora
Tema 1**

Pregunta 1: Suponga que para obtener la raíz en el intervalo $[0,5; 1,0]$ de la función $f(x) = \frac{x}{2} + \ln(x)$ por el *Método de las Aproximaciones Sucesivas* dispone de tres funciones $g_i(x)$:

$$g_1(x) = -2 \ln(x);$$

$$g_2(x) = \frac{2x[1 - \ln(x)]}{x + 2}, y ;$$

$$g_3(x) = e^{-\frac{x}{2}}.$$

Sin hacer ninguna iteración, indique cual de las tres convergerá más rápido al resultado buscado. Justifique su respuesta.

Pregunta 2: Algunos autores incluyen el siguiente esquema o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{3} (4 w_i - w_{i-1}) + \frac{2}{3} h f(t_{i+1}; w_{i+1}),$$

que integra una familia de métodos denominados *Métodos de Diferenciación Regresiva*. Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que el método se basa en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

Pregunta 3: En el *Método de los Cuadrados Mínimos* los coeficientes de ajuste de la curva se obtienen resolviendo un Sistema de Ecuaciones Lineales.

1. ¿Qué características tiene la matriz de coeficientes de ese sistema?
2. ¿Qué métodos recomendaría usar para resolver el sistema en función de la respuesta del punto anterior?
3. Suponga que le ofrecen dos programas que resuelven sistemas de ecuaciones lineales para obtener los coeficientes. En uno de esos programas el código incluye el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, en tanto que el otro no. ¿Cuál de los dos elegiría? Justifique su respuesta.

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

Evaluación Integradora
Tema 2

Pregunta 1: Se propone el siguiente esquema o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{2} (-3 w_i + 6 w_{i-1} - w_{i-2}) + 3 h f(t_i; w_i).$$

Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que el método se basa en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

Pregunta 2: En la *Interpolación por Trazadores Cúbicos* ("Spline") los coeficientes de cada una de las curvas se obtienen a partir de resolver un Sistema de Ecuaciones Lineales:

1. ¿Qué características tiene la matriz de coeficientes de ese sistema?
2. ¿Qué métodos recomendaría usar para resolver el sistema en función de la respuesta del punto anterior?
3. Suponga que le ofrecen dos programas que resuelven sistemas de ecuaciones lineales para obtener los coeficientes. En uno de esos programas el código incluye el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, en tanto que el otro no. ¿Cuál de los dos elegiría? Justifique su respuesta.

Pregunta 3: Suponga que dispone de los siguientes datos: a , $f(a)$, $f'(a)$, b , $f(b)$ y $f'(b)$, y que lo necesita calcular es $\int_a^b f(x) dx$. Desarrolle una expresión que permita la integración numérica en el intervalo dado, que utilice todos los datos disponibles y cuyo orden de convergencia sea comparable al del Método de Simpson.

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

Evaluación Integradora Tema 3

Pregunta 1: La *Cuadratura de Gauss-Legendre* utiliza para la integración numérica las raíces de los polinomios de Legendre en el intervalo $[-1; 1]$ y los coeficientes c_i . Los libros de textos suelen incluir tablas con estos valores, t_i y c_i . Suponga que para un determinado problema el intervalo es $[0; 1]$. ¿Cómo haría para armar una nueva tabla similar a la que publican los libros, pero esta vez en el nuevo intervalo? Justifique su respuesta y calcule los nuevos valores (x_1, C_1, x_2, C_2, x_3 y C_3) para el caso de tres puntos en el intervalo $[-1; 1]$ tomando: $t_1 = -\sqrt{\frac{3}{5}}, t_2 = 0$ y $t_3 = \sqrt{\frac{3}{5}}$, y $c_1 = c_3 = \frac{5}{9}$ y $c_2 = \frac{8}{9}$.

Pregunta 2: Suponga que para obtener la raíz en el intervalo $[0,5; 1,0]$ de la función $f(x) = x - 2e^{-x}$ por el *Método de las Aproximaciones Sucesivas* dispone de tres funciones $g_i(x)$:

$$g_1(x) = 2e^{-x};$$

$$g_2(x) = \ln(2) - \ln(x), \text{ y ;}$$

$$g_3(x) = \frac{2e^{-x}(x+1)}{1+2e^{-x}}.$$

Sin hacer ninguna iteración, indique cual de las tres convergerá más rápido al resultado buscado. Justifique su respuesta.

Pregunta 3: Algunos autores incluyen el siguiente esquema o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{11} (18w_i - 9w_{i-1} + 2w_{i-2}) + \frac{6}{11} h f(t_{i+1}; w_{i+1}),$$

que integra una familia de métodos denominados *Métodos de Diferenciación Regresiva*. Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que el método se basa en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

Evaluación Integradora

Tema 4

Pregunta 1: Algunos autores incluyen el siguiente esquema o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{25} (48 w_i - 36 w_{i-1} + 16 w_{i-2} - 3 w_{i-3}) + \frac{12}{25} h f(t_{i+1}; w_{i+1}),$$

que integra una familia de métodos denominados *Métodos de Diferenciación Regresiva*. Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que el método se basa en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

Pregunta 2: La *Cuadratura de Gauss-Legendre* utiliza para la integración numérica las raíces de los polinomios de Legendre en el intervalo $[-1; 1]$ y los coeficientes c_i . Los libros de textos suelen incluir tablas con estos valores, t_i y c_i . Suponga que para un determinado problema el intervalo es $[0; 1]$. ¿Cómo haría para armar una nueva tabla similar a la que publican los libros, pero esta vez en el nuevo intervalo? Justique su respuesta y calcule los nuevos valores (x_1, C_1, x_2, C_2, x_3 y C_3) para el caso de tres puntos en el intervalo $[-1; 1]$ tomando: $t_1 = -\sqrt{\frac{3}{5}}, t_2 = 0$ y $t_3 = \sqrt{\frac{3}{5}}$, y $c_1 = c_3 = \frac{5}{9}$ y $c_2 = \frac{8}{9}$.

Pregunta 3: Suponga que necesita calcular la derivada tercera de una función en el punto $x = 2,1$; y sólo cuenta con los siguiente datos: $f(x), f(x+h), f(x+2h), f(x-h)$ y $f(x-2h)$. Desarrolle una expresión para obtener la derivada numérica buscada que utilice la información disponible y a su vez tenga la mejor aproximación posible (mayor orden de convergencia). (Sugerencia: Partir de las siguientes expresiones

$$f(x \pm h) = f(x) \pm h f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) \pm \frac{h^3}{3!} f'''(x) + \dots,$$

$$f(x \pm 2h) = f(x) \pm 2h f'(x) + \frac{(2h)^2}{2!} f''(x) \pm \frac{(2h)^3}{3!} f'''(x) + \dots, \text{ y}$$

$$\frac{\alpha \cdot f(x+2h) + \beta \cdot f(x+h) + \gamma \cdot f(x-h) + \delta \cdot f(x-2h)}{h^3} = f'''(x) + O(h^p),$$

donde p es el orden de convergencia.)

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

Evaluación Integradora

Tema 5

Pregunta 1: Suponga que dispone de los siguientes datos: a , $f(a)$, $f'(a)$, b , $f(b)$ y $f'(b)$, y que lo necesita calcular es $\int_a^b f(x) dx$. Desarrolle una expresión que permita la integración numérica en el intervalo dado, que utilice todos los datos disponibles y cuyo orden de convergencia sea comparable al del Método de Simpson.

Pregunta 2: En la *Interpolación Polinomial* los coeficientes del polinomio pueden obtenerse resolviendo un Sistema de Ecuaciones Lineales de la forma $A \cdot c = B$:

1. ¿Con qué nombre se conoce a la matriz A ?
2. ¿Qué características tiene?
3. Suponga que le ofrecen dos programas que resuelven sistemas de ecuaciones lineales para obtener los coeficientes. En uno de esos programas el código incluye el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, en tanto que el otro no. ¿Cuál de los dos elegiría? Justifique su respuesta.

Pregunta 3: Se proponen los siguientes esquemas o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{2} (-3 w_i + 6 w_{i-1} - w_{i-2}) + 3 h f(t_i; w_i),$$

$$w_{i+1} = \frac{1}{11} (18 w_i - 9 w_{i-1} + 2 w_{i-2}) + \frac{6}{11} h f(t_{i+1}; w_{i+1}).$$

El segundo integra una familia de métodos denominados *Métodos de Diferenciación Regresiva*. Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método, si se combinan ambos algoritmos;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que los dos se basan en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

Evaluación Integradora

Tema 6

Pregunta 1: Se propone el siguiente esquema o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{2} (-3 w_i + 6 w_{i-1} - w_{i-2}) + 3 h f(t_i; w_i).$$

Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que el método se basa en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

Pregunta 2: Suponga que para obtener la raíz en el intervalo $[0,5; 1,0]$ de la función $f(x) = \frac{x}{2} + \ln(x)$ por el *Método de las Aproximaciones Sucesivas* dispone de tres funciones $g_i(x)$:

$$g_1(x) = -2 \ln(x);$$

$$g_2(x) = \frac{2x [1 - \ln(x)]}{x + 2}, y ;$$

$$g_3(x) = e^{-\frac{x}{2}}.$$

Sin hacer ninguna iteración, indique cual de las tres convergerá más rápido al resultado buscado. Justifique su respuesta.

Pregunta 3: En el *Método de los Cuadrados Mínimos* los coeficientes de ajuste de la curva se obtienen resolviendo un Sistema de Ecuaciones Lineales.

1. ¿Qué características tiene la matriz de coeficientes de ese sistema?
2. ¿Qué métodos recomendaría usar para resolver el sistema en función de la respuesta del punto anterior?
3. Suponga que le ofrecen dos programas que resuelven sistemas de ecuaciones lineales para obtener los coeficientes. En uno de esos programas el código incluye el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, en tanto que el otro no. ¿Cuál de los dos elegiría? Justifique su respuesta.

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

Evaluación Integradora

Tema 7

Pregunta 1: Suponga que para obtener la raíz en el intervalo $[0,5; 1,0]$ de la función $f(x) = \frac{x}{2} + \ln(x)$ por el *Método de las Aproximaciones Sucesivas* dispone de tres funciones $g_i(x)$:

$$g_1(x) = -2 \ln(x);$$

$$g_2(x) = \frac{2x[1 - \ln(x)]}{x + 2}, \text{ y ;}$$

$$g_3(x) = e^{-\frac{x}{2}}.$$

Sin hacer ninguna iteración, indique cual de las tres convergerá más rápido al resultado buscado. Justifique su respuesta.

Pregunta 2: En la *Interpolación Polinomial* los coeficientes del polinomio pueden obtenerse resolviendo un Sistema de Ecuaciones Lineales de la forma $A \cdot c = B$:

1. ¿Con qué nombre se conoce a la matriz A ?
2. ¿Qué características tiene?
3. Suponga que le ofrecen dos programas que resuelven sistemas de ecuaciones lineales para obtener los coeficientes. En uno de esos programas el código incluye el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, en tanto que el otro no. ¿Cuál de los dos elegiría? Justifique su respuesta.

Pregunta 3: Algunos autores incluyen el siguiente esquema o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{3} (4 w_i - w_{i-1}) + \frac{2}{3} h f(t_{i+1}; w_{i+1}),$$

que integra una familia de métodos denominados *Métodos de Diferenciación Regresiva*. Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que el método se basa en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

Evaluación Integradora

Tema 8

Pregunta 1: Suponga que necesita calcular la derivada segunda de una función en el punto $x = 2,1$; y sólo cuenta con los siguientes datos: $f(x)$, $f(x + h)$, $f(x + 2h)$, $f(x - h)$ y $f(x - 2h)$. Desarrolle una expresión para obtener la derivada numérica buscada que utilice la información disponible y a su vez tenga la mejor aproximación posible (mayor orden de convergencia). (Sugerencia: Partir de las siguientes expresiones

$$f(x \pm h) = f(x) \pm h f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) \pm \frac{h^3}{3!} f'''(x) + \dots,$$

$$f(x \pm 2h) = f(x) \pm 2h f'(x) + \frac{(2h)^2}{2!} f''(x) \pm \frac{(2h)^3}{3!} f'''(x) + \dots, \text{ y}$$

$$\frac{\alpha \cdot f(x + 2h) + \beta \cdot f(x + h) + \gamma \cdot f(x - h) + \delta \cdot f(x - 2h)}{h^2} = f''(x) + O(h^p),$$

donde p es el orden de convergencia.)

Pregunta 2: En el *Método de los Cuadrados Mínimos* los coeficientes de ajuste de la curva se obtienen resolviendo un Sistema de Ecuaciones Lineales.

1. ¿Qué características tiene la matriz de coeficientes de ese sistema?
2. ¿Qué métodos recomendaría usar para resolver el sistema en función de la respuesta del punto anterior?
3. Suponga que le ofrecen dos programas que resuelven sistemas de ecuaciones lineales para obtener los coeficientes. En uno de esos programas el código incluye el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, en tanto que el otro no. ¿Cuál de los dos elegiría? Justifique su respuesta.

Pregunta 3: Se propone el siguiente esquema o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{2} (-3 w_i + 6 w_{i-1} - w_{i-2}) + 3 h f(t_i; w_i).$$

Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que el método se basa en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

Evaluación Integradora
Tema 9

Pregunta 1: Algunos autores incluyen el siguiente esquema o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{3} (4 w_i - w_{i-1}) + \frac{2}{3} h f(t_{i+1}; w_{i+1}),$$

que integra una familia de métodos denominados *Métodos de Diferenciación Regresiva*. Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que el método se basa en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

Pregunta 2: Suponga que dispone de los siguientes datos: a , $f(a)$, $f'(a)$, b , $f(b)$ y $f'(b)$, y que lo necesita calcular es $\int_a^b f(x) dx$. Desarrolle una expresión que permita la integración numérica en el intervalo dado, que utilice todos los datos disponibles y cuyo orden de convergencia sea comparable al del Método de Simpson.

Pregunta 3: En la *Interpolación Polinomial* los coeficientes del polinomio pueden obtenerse resolviendo un Sistema de Ecuaciones Lineales de la forma $A \cdot c = B$:

1. ¿Con qué nombre se conoce a la matriz A ?
2. ¿Qué características tiene?
3. Suponga que le ofrecen dos programas que resuelven sistemas de ecuaciones lineales para obtener los coeficientes. En uno de esos programas el código incluye el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, en tanto que el otro no. ¿Cuál de los dos elegiría? Justifique su respuesta.

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

**Evaluación Integradora
Tema 10**

Pregunta 1: Suponga que para obtener la raíz en el intervalo $[0,5; 1,0]$ de la función $f(x) = \frac{x}{2} + \ln(x)$ por el *Método de las Aproximaciones Sucesivas* dispone de tres funciones $g_i(x)$:

$$g_1(x) = -2 \ln(x);$$

$$g_2(x) = \frac{2x[1 - \ln(x)]}{x + 2}, y ;$$

$$g_3(x) = e^{-\frac{x}{2}}.$$

Sin hacer ninguna iteración, indique cual de las tres convergerá más rápido al resultado buscado. Justifique su respuesta.

Pregunta 2: Se propone el siguiente esquema o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{2} (-3 w_i + 6 w_{i-1} - w_{i-2}) + 3 h f(t_i; w_i).$$

Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que el método se basa en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

Pregunta 3: En el *Método de los Cuadrados Mínimos* los coeficientes de ajuste de la curva se obtienen resolviendo un Sistema de Ecuaciones Lineales.

1. ¿Qué características tiene la matriz de coeficientes de ese sistema?
2. ¿Qué métodos recomendaría usar para resolver el sistema en función de la respuesta del punto anterior?
3. Suponga que le ofrecen dos programas que resuelven sistemas de ecuaciones lineales para obtener los coeficientes. En uno de esos programas el código incluye el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, en tanto que el otro no. ¿Cuál de los dos elegiría? Justifique su respuesta.

75.12 Análisis Numérico I - Curso 008

Apellido y nombre: _____ N° de Padrón: _____

Fecha de la evaluación: ___/___/___ Nota: ___ (_____) Hoja 1 de _____

Evaluación Integradora**Tema 11**

Pregunta 1: Suponga que dispone de los siguientes datos: a , $f(a)$, $f'(a)$, b , $f(b)$ y $f'(b)$, y que lo necesita calcular es $\int_a^b f(x) dx$. Desarrolle una expresión que permita la integración numérica en el intervalo dado, que utilice todos los datos disponibles y cuyo orden de convergencia sea comparable al del Método de Simpson.

Pregunta 2: Algunos autores incluyen el siguiente esquema o método para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con valor inicial:

$$w_{i+1} = \frac{1}{3} (4 w_i - w_{i-1}) + \frac{2}{3} h f(t_{i+1}; w_{i+1}),$$

que integra una familia de métodos denominados *Métodos de Diferenciación Regresiva*. Se pide que:

1. Ensaye una clasificación del método;
2. Estime el error de truncamiento local, sabiendo que el método se basa en la aproximación y no la integración de la derivada, e;
3. Indique cuántos valores de w_j necesita para poder empezar a iterar, y cómo obtendría esos valores.

Pregunta 3: En la *Interpolación por Trazadores Cúbicos* ("Spline") los coeficientes de cada una de las curvas se obtienen a partir de resolver un Sistema de Ecuaciones Lineales:

1. ¿Qué características tiene la matriz de coeficientes de ese sistema?
2. ¿Qué métodos recomendaría usar para resolver el sistema en función de la respuesta del punto anterior?
3. Suponga que le ofrecen dos programas que resuelven sistemas de ecuaciones lineales para obtener los coeficientes. En uno de esos programas el código incluye el *Método del Refinamiento Iterativo de la Solución*, en tanto que el otro no. ¿Cuál de los dos elegiría? Justifique su respuesta.